

Inhaltsverzeichnis

1	Kombinatorik.....	7
1.1	Permutationen.....	9
1.1.1	Permutationen ohne Wiederholung.....	9
1.1.2	Permutationen mit Wiederholung.....	10
1.2	Variationen.....	11
1.2.1	Variationen ohne Wiederholung.....	11
1.2.2	Variationen mit Wiederholung.....	12
1.3	Kombinationen.....	13
1.3.1	Kombinationen ohne Wiederholung.....	13
1.3.2	Kombinationen mit Wiederholung.....	16
1.4	Aufgaben	17
2	Mengentheoretische Grundlagen.....	21
2.1	Begriffe.....	21
2.2	Aufgaben	26
3	Wahrscheinlichkeitsbegriffe.....	27
3.1	Klassischer Wahrscheinlichkeitsbegriff.....	27
3.2	Axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff.....	28
3.3	Statistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff.....	30
3.4	Subjektiver Wahrscheinlichkeitsbegriff.....	31
3.5	Aufgaben.....	31
4	Unabhängigkeit von Ereignissen.....	32
4.1	Bedeutung.....	32
4.2	Aufgaben.....	33
5	Bedingte Wahrscheinlichkeiten.....	36
5.1	Methoden.....	36
5.2	Aufgaben.....	44
6	Eindimensionale Verteilungen.....	47
6.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion.....	49
6.2	Dichtefunktionen.....	52
6.3	Verteilungsfunktion.....	54
6.4	Verteilungsparameter.....	59
6.4.1	Lageparameter.....	60
6.4.1.1	Modus.....	60
6.4.1.2	Median	61
6.4.1.3	Fraktile.....	63
6.4.1.4	Erwartungswert	67
6.4.2	Streuungsparameter.....	68

6.5	Linearkombinationen von Zufallsvariablen.....	70
6.6	Aufgaben	73
7	Mehrdimensionale Verteilungen.....	75
7.1	Gemeinsame Verteilungsfunktion.....	76
7.2	Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion.....	79
7.3	Randverteilungen.....	81
7.4	Randverteilungsfunktionen.....	82
7.5	Bedingte Verteilungen.....	82
7.6	Unabhängigkeit von Zufallsvariablen.....	83
7.7	Aufgaben.....	85
8	Spezielle eindimensionale Verteilungen.....	87
8.1	Diskrete Verteilungen	87
8.1.1	Diskrete Gleichverteilung.....	87
8.1.2	Geometrische Verteilung.....	88
8.1.3	Laplaceverteilung.....	90
8.1.4	Binomialverteilung.....	91
8.1.5	Multinomialverteilung.....	96
8.1.6	Hypergeometrische Verteilung.....	98
8.1.7	Poissonverteilung.....	100
8.2	Stetige Verteilungen	104
8.2.1	Stetige Gleichverteilung.....	104
8.2.2	Normalverteilung.....	106
8.2.3	Exponentialverteilung.....	114
8.3	Aufgaben	117
9	Tschebyscheffsche Ungleichung.....	119
9.1	Abschätzungen.....	119
9.2	Aufgaben	124
10	Gesetz der großen Zahlen.....	126
10.1	Grundlagen.....	126
10.2	Schwaches Gesetz der großen Zahlen.....	127
10.3	Der Zentrale Grenzwertsatz.....	128
10.4	Aufgaben	131
11	Lösungen der Aufgaben.....	133
11.1	Kombinatorik.....	133
11.2	Mengentheoretische Grundlagen.....	136
11.3	Wahrscheinlichkeitsbegriffe.....	137
11.4	Unabhängigkeit von Ereignissen.....	138
11.5	Bedingte Wahrscheinlichkeiten.....	142
11.6	Eindimensionale Verteilungen	146
11.7	Mehrdimensionale Verteilungen.....	149

11.8 Spezielle eindimensionale Verteilungen.....	151
11.9 Tschebyscheffsche Ungleichung.....	156
11.10 Gesetz der großen Zahlen	161

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1: Übersicht über die Kombinatorik.....	8
Abb. 2.1: Venn-Diagramm.....	21
Abb. 2.2: Vereinigung von Ereignissen.....	22
Abb. 2.3: Schnitt von Ereignissen.....	23
Abb. 2.4: Komplement eines Ereignisses.....	24
Abb. 2.5: Echte Teilmenge.....	24
Abb. 3.1: Venn-Diagramm mit drei Ereignissen.....	29
Abb. 5.1: Bäumchen – Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit.....	36
Abb. 5.2: Urnenbeispiel.....	37
Abb. 5.3: Bäumchen mit konkreten Wahrscheinlichkeiten.....	39
Abb. 5.4: Methode der Einschränkung der Grundgesamtheit.....	40
Abb. 5.5: Bäumchen.....	42
Abb. 6.1: Einteilung von Zufallsvariablen.....	48
Abb. 6.2: Wahrscheinlichkeitsfunktion beim einfachen Würfelwurf.....	49
Abb. 6.3: Dichtefunktion verläuft in Quadranten I und II.....	52
Abb. 6.4: Funktion, aber keine Dichtefunktion.....	52
Abb. 6.5: Verteilungsfunktion beim einfachen Würfelwurf.....	55
Abb. 6.6: Ermittlung des Medians mithilfe der Verteilungsfunktion.....	61
Abb. 6.7: Probleme bei der graphischen Ermittlung des Medians.....	62
Abb. 6.8: Dichtefunktion einer Dreiecksverteilung.....	63
Abb. 6.9: Ermittlung des 0,3-Fraktils.....	64
Abb. 6.10: Ermittlung des 0,7-Fraktils.....	64

Abb. 7.1: Zweidimensionale Verteilungsfunktion.....	75
Abb. 7.2: Streudiagramm einer zweidimensionalen Verteilung.....	79
Abb. 7.3: Stabdiagramm einer zweidimensionalen Verteilung.....	80
Abb. 8.1: Wahrscheinlichkeitsfunktion beim einfachen Würfelwurf.....	87
Abb. 8.2: Wahrscheinlichkeitsfunktion der $B(3;1/2)$ - Verteilung.....	93
Abb. 8.3: Verteilungsfunktion der $B(3,1/2)$ - Verteilung.....	93
Abb. 8.4: Dichtefunktion der stetigen Gleichverteilung.....	103
Abb. 8.5: Verteilungsfunktion der stetigen Gleichverteilung.....	104
Abb. 8.6: Verständnis einer Wahrscheinlichkeit als Fläche.....	105
Abb. 8.7: Fläche bis zu bestimmter Stelle unterhalb Glockenkurve.....	106
Abb.8.8: Fläche ab bestimmter Stelle unterhalb der Glockenkurve.....	107
Abb. 8.9: Fläche zwischen zwei Zahlen unterhalb der Glockenkurve. . .	107
Abb. 8.10: Dichtefunktion der Standardnormalteilung $N(0,1)$	112
Abb. 8.11: Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung $N(0,1)$. .	112
Abb. 8.12: Dichtefunktion der Exponentialverteilung.....	113
Abb: 8.13: Verteilungsfunktion einer Exponentialverteilung.....	114
Abb. 11.1: Wahrscheinlichkeitsbäumchen	139